Labor für Nachrichtentechnik an der Dualen Hochschule Baden Württemberg in Friedrichshafen

Rauschen.

Grundlagen und Simulation mit quesstudio

Autor:

Gunthard Kraus, DG8GB, Oberstudienrat i. R. Gastdozent an der Dualen Hochschule Baden Württemberg

Email: mail@gunthard-kraus.de

Homepage: www.gunthard-kraus.de

1. Erste Bekanntschaft

Empfängt man eine Nachricht ohne jegliche Information, dann ist darin alles zufällig und ungeordnet und ergibt keinen Sinn oder ermöglicht keine Voraussagen. Jeder kennt das als "Rauschen" und das klingt wirklich wie das Rauschen eines Wasserfalls oder einer Wasserleitung. Jede Antenne empfängt ein solches Signal aus der Atmosphäre oder aus dem Weltraum, jeder elektrische Widerstand oder Leiter erzeugt von sich aus eine solche Spannung durch die "Wärmebewegung der Leitungselektronen", sofern wir nicht bis zum absoluten Nullpunkt abkühlen. Man drehe einfach mal sein UKW-Radio oder sein TV-Gerät auf einen Leerkanal zwischen zwei Stationen, dann weiß man, was gemeint ist. Aber Vorsicht: bei verschlüsselten Sendungen klingt das oft genau so wie Rauschen…und doch steckt Information drin. Das ist allerdings Absicht, um eventuelle Mithörer zu täuschen! Auch "künstlich erzeugtes Rauschen" (= pseudo random noise) ist oft nie ganz perfekt.

Für "ideales Rauschen" = "Weißes Rauschen = Johnson Noise" gilt aber: Seine Leistungsdichte für jedes Hertz an Bandbreite ist über der Frequenz konstant und das ist typisch für die in Ohm'schen Widerständen entstehenden Rauschspannungen

(Sobald man hier diesen Leistungsdichte-Verlauf z. B. durch Filter verändert, spricht man vorn "Rosa Rauschen"). Doch nun zur Frage:

2. "Rauschen" -- woher kommt das?

Das lässt sich schnell und präzise beantworten: in jedem elektrischen Widerstand werden Elektronen bewegt, wenn Strom fließt. Sobald aber Wärme mit im Spiel ist (.....und das ist automatisch oberhalb des absoluten Nullpunktes stets der Fall...), werden diese Teilchen immer unruhiger und nehmen nicht den geraden Weg von Minus nach Plus. Sie stoßen zusammen, prallen zurück, werden nach vorne oder zur Seite geschleudert.... der Strom schwankt also durch den Wärme-Einfluss dauernd und völlig unregelmäßig um kleinere und größere, aber winzige Beträge. Selbst wenn *gar keine äußere Spannung angelegt ist*, merken wir dieses Gerangel unter den Ladungsträgern und messen an den Anschlüssen des Bauteils eine kleine "Rausch-Leerlaufspannung U_{NOISE}". Sie lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$U_{NOISE} = \sqrt{\frac{4 \cdot h \cdot f \cdot B \cdot R}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}}$$

mit

h = Planck'schem Wirkungsquantum

 $k = Boltzmann - Konstante = 1,38 \times 10^{-23} J / Kelvin$

T = absoluter Temperatur in Kelvin

B = betrachteter Bandbreite in Hz

f = Mittenfrequenz der betrachteten Bandbreite in Hz

 $R = Widerstandswert in \Omega$

Das sieht nun entsetzlich kompliziert und praxisfremd aus, aber man kann bis mindestens 100 GHz und Temperaturen bis hinunter zu 100 K problemlos die einfache (und bekannte) Näherungsformel verwenden:

$$U_{\text{NOISE}} = \sqrt{4 \cdot k \cdot T \cdot B \cdot R}$$

Stellt man diese Formel etwas um, dann sieht man plötzlich sofort, was los ist:

$$\frac{\left(\frac{U_{\text{NOISE}}}{2}\right)^2}{R} = k \bullet T \bullet B$$

Das ist schlicht und einfach eine Leistungsangabe! Also wird in jedem Widerstand -- unabhängig von

seinem Widerstandswert! -- durch den **Einfluss der Wärme die gleiche Rausch-LEISTUNG entstehen.** Sie ergibt die in der vorherigen Formel angegebene Leerlaufspannung U_{NOISE}.

Sobald man also diesen Widerstand als Spannungsquelle mit Urspannung U_{NOISE} und (rauschfreiem) Innenwiderstand R auffasst, muss man an diese Quelle einen (ebenfalls rauschfreien) Lastwiderstand mit dem gleichen Wert R anschließen, um Leistungsanpassung zu erhalten. **Am Lastwiderstand liegt dann die halbe Urspannung Unoise und an den Lastwiderstand wird die verfügbare Rauschleistung "kTB" abgegeben**.

Die Rauschleistung steigt linear mit der absoluten Temperatur des Bauteils und der zur Verfügung gestellten Bandbreite (...die Spannung folgt dann natürlich mit der Wurzel aus der Leistung). Sie ist normalerweise unabhängig von der Frequenz und trägt in einem solchen Fall den Namen "Weißes Rauschen".

Ganz wichtig ist nun folgende Sache:

Fast immer arbeitet man bei Empfängern und Systemen mit "Pegeln" anstelle von Spannungswerten. Das ist ein logarithmisches Maß und damit kann man das **Multiplizieren** (wenn z. B. Stufen in Reihe geschaltet sind und ihre Verstärkungen multipliziert werden müssen…) durch eine **Addition** ersetzen. Am bekanntesten dürfte hier die Einheit "**dBm**" sein. Dabei wird nicht mit Spannung, sondern mit Leistung gearbeitet und jeder vorhandene Leistungswert wird ins Verhältnis zum Bezugswert

P_0 = 1 Milliwatt am Systemwiderstand

gesetzt. Das ergibt den Leistungspegel:

Betrachtet man nun die obige Sache mit der **Rauschleistung** "**kTB" etwas genauer**, dann lässt sich eine interessante Vereinfachung einführen:

Die Rauschleistungsdichte "kT" stellt die Leistung in jedem "Hertz an Bandbreite" dar und man muss sie mit der geltenden Bandbreite multiplizieren, um die gesamte produzierte Rauschleistung zu erhalten.

Geht man nun auf die Pegelrechnung über, dann sollte man folgendes wissen und gut abspeichern: Jeder Widerstand produziert damit bei Raumtemperatur (T₀ = 300 K) einen **internen Rauschpegel** und damit eine interne Rauschleistungsdichte von etwa -168 dBm. Korrekt sind es

-167,8 dBm pro Hz Bandbreite

Dadurch kann er an einen rauschfreien Lastwiderstand bei Leistungsanpassung einen um 6dB niedrigeren Leistungspegel von etwa

-173,8 dBm pro Hertz

abgeben.

Bei größeren Bandbreiten als 1 Hz ist der Rest dann ganz einfach:

Tatsächlicher maximal abgebbarer Rauschpegel in dBm = -173,8 dBm + 10log(Bandbreite in Hz)

Aufgabe 1:

Wie groß sind **IM LEERLAUF** der Rauschpegel und die Rauschspannung an einem Widerstand von 50 Ohm und 300 Kelvin, wenn mit einer Bandbreite von 1 Hz gearbeitet wird? **Bestätigen Sie diese Ergebnisse durch eine qucsstudio-Simulation**.

Lösung:

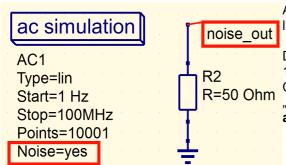
Der Rauschpegel = -167,8 dBm (Siehe oben) entspricht einer Leistung von

P = (1mW) * 10exp(Pegel / 10) = 1,66 * 10exp(-20) Watt

Daraus wird schließlich mit einem "Quellwiderstand von 50 Ohm" eine Leerlaufspannung von

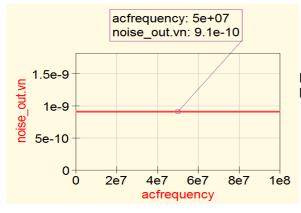
$$U = sqrt(P * 50Ohm) = 0,91 nV$$

Und so sieht die Simulation aus:



An einem 50Ω – Widerstand, der an einem Ende an Masse liegt, wird der Label "**noise out**" angebracht.

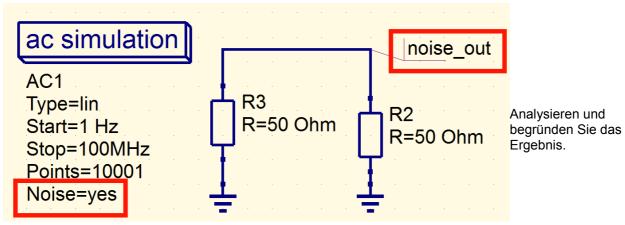
Dann wird eine AC – Simulation von 1 Hz bis 100 MHz mit 10001 Punkten vorbereitet. Allerdings muss man nach "Edit Component Properties" darin noch auf die zweite Karteikarte "Properties" wechseln, um die Rauschsimulation zu aktivieren.



Hier haben wir die erwarteten 0,91 NanoVolt, mit dem Marker bei 50 MHz abgelesen.

Aufgabe 2:

Schließen Sie diesen Widerstand von 50Ω mit einem weiteren Widerstand mit gleichen Wert ab und bestimmen Sie dann den Rauschpegel "**noise_out**" an der Verbindungsstelle.

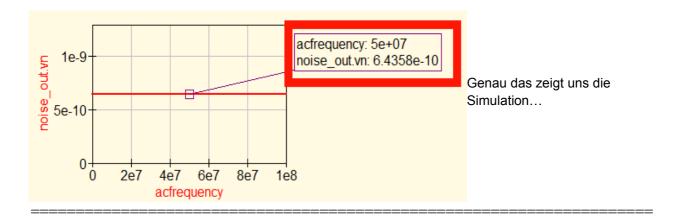


So geht das Programm vor:

Es betrachtet zunächst den linken rauschenden Widerstand R3 als eine Quelle mit der Rausch-Urspannung von 910 pV und dem rauschfreien Innenwiderstand R3. Diese Quelle wird mit dem rauschfreien Widerstand R2 = $50~\Omega$ belastet und das ergibt 0,455~nV = 455~pV pro Wurzel aus 1 Hz beim Punkt "**noise_out"**. Nun wiederholt es diese Rechnung für den Widerstand R2 als Rauschquelle und das führt ebenfalls zu 455~pV pro Wurzel aus 1Hz bei "out". Am Ende addiert man diese beiden Teilsignale nach dem "Überlagerungssatz".

Allerdings hat man es dabei mit "nicht korrelierten Signalen" zu tun und darf deshalb nur die Effektivwerte geometrisch addieren:

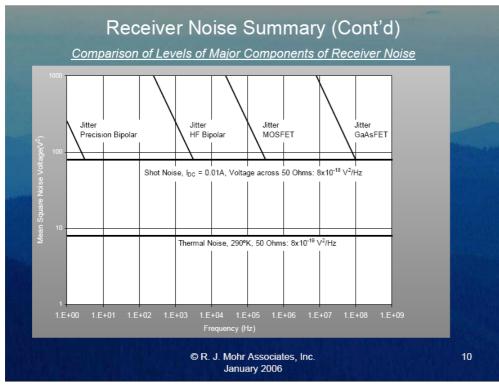
$$U_{gesamt} = sqrt[(0,455nV)^2 + (0,455)^2] = 0,635nV$$



2. Weitere Rauschquellen

In jedem aktiven Bauteil (Röhre, Bipolar-Transistor, Sperrschicht-FET, MOSFET, HEMT usw.) haben wir es außer mit dem thermischen Rauschen noch mit zwei zusätzlichen Rauscharten zu tun:

- a) **Shot-Noise** (= Schrot-Rauschen) tritt bei Vakuumdioden und P-N-Übergängen durch Ungleichförmigkeiten des Stromflusses beim Durchqueren der Potential-Unterschiede auf. Es handelt sich hierbei um breitbandiges, weißes Rauschen.
- b) Flicker-Noise = Jitter Noise oder "1 / f Noise" (= Funkel-Rauschen) entsteht durch Verunreinigungen oder Defekten im Kristallaufbau. Sie führen zu kurzen impulsförmigen Schwankungen beim Stromfluss -- und zu einem Impuls gehört eben ein Spektrum, dessen Leistungsdichte mit steigender Frequenz abnimmt. Man definiert hier wie bei einem Tiefpass eine "Corner Frequency" (= Grenzfrequenz) und es ist interessant zu sehen, wie sich die aktiven Bauteile grundsätzlich voneinander unterscheiden. Das untenstehende Bild gibt hier einen guten Eindruck und die zugehörige Quelle (Mohr Associates) sollte man sich unbedingt aus dem Internet holen, denn sie stellt eine sehr präzise, aber kompakte und gleichzeitig gut verständliche Einführung dar.



Zusätzlich arbeitete man viele Jahre lang mit Gasentladungsröhren als Rauschquellen, die ein sehr breitbandiges "Plasma-Noise" erzeugten.

.-----

3. Weißes Rauschen zur Messung einer Übertragungs -- Funktion

3.1. Zur Erinnerung: die S-Parameter

In der Übertragungstechnik: werden dauernd Filter, Verstärker, Weichen, Koppler usw. benötigt, entwickelt und produziert. Da möchte man doch stets wissen, was hinten herauskommt, wenn man vorne etwas reinschickt.

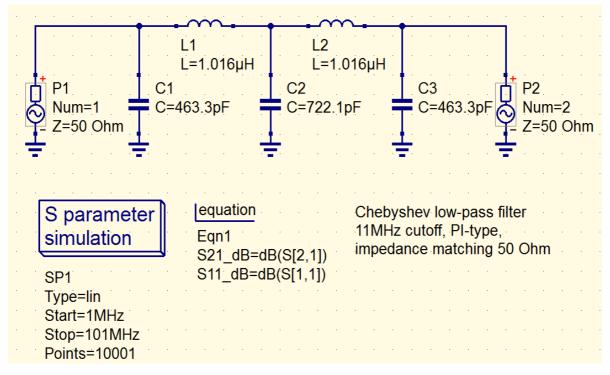
Nehmen wir als Beispiel einen **Tiefpass mit der Grenzfrequenz von 11 MHz** (…denn den benötigt man, um Signale oberhalb der oft bei RF-Empfängern benützten "Zwischenfrequenz" von 10,7 MHz zu unterdrücken). Bei allen diesen Bausteinen der Übertragungstechnik arbeitet man am Eingang und Ausgang mit demselben Systemwiderstand (meist: 50Ω) und beschreibt die Eigenschaften durch die "S-Parameter" (= Streuparameter = scattering parameters). **Man versucht also stets, den Idealfall der Leistungsanpassung zu erreichen und die S-Parameter zeigen, wie gut das glückt.** Das Prinzip ist ganz einfach:

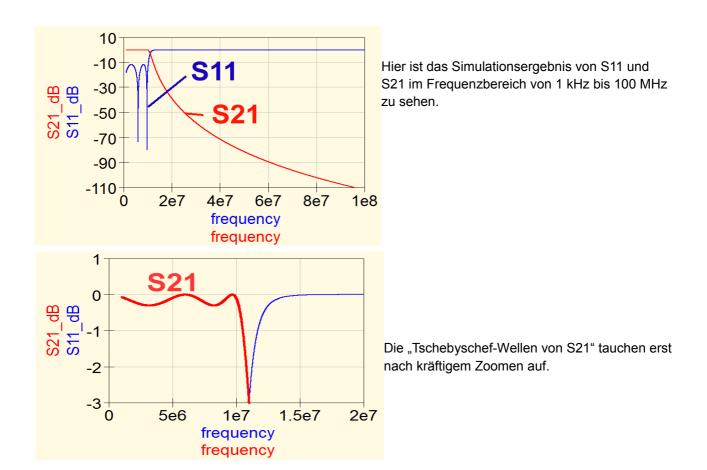
Man schickt auf einem 50 Ω -Kabel das Ausgangssignal eines Generators mit 50 Ω Innenwiderstand zum Prüfling. Es hat die Amplitude "Halbe Urspannung" (wegen Ri = Ra) und löst bei der Ankunft am Prüfling **zwei Reaktionen** aus:

- a) Weicht der Eingangswiderstand von 50 Ω ab, dann gibt es ein Echo und diese "nicht abgebbare Energie" läuft auf dem Kabel zum Generator zurück. Sie wird durch die Input Reflection S11 ausgedrückt.
- b) Der Rest der ankommenden Energie tritt in den Baustein ein und erzeugt dort ein Ausgangssignal, das größer oder kleiner sein kann. Diese Reaktion wird durch die "Forward Transmission S21" beschrieben und sie ist die übliche Methode zur Angabe einer Übertragungsfunktion in der Nachrichtentechnik.

Das Ganze wird dann auf der Ausgangsseite wiederholt und liefert die beiden restlichen Parameter S22 und S12 bei einem "Twoport".

Das ist die mit quesstudio erstellte Schaltung des Tiefpasses, wie sie für die S-Parameter-Simulation vorbereitet wird.





Doch nun zur Frage:

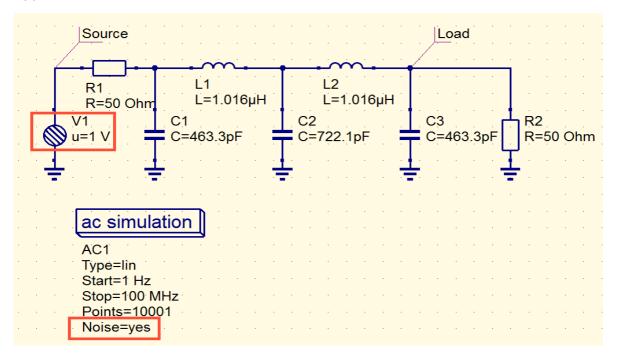
Wie bestimmt man in der Praxis den Parameter S21 als "Forward Transmission"?

Da stehen prinzipiell drei Möglichkeiten zur Verfügung:

- a) Mit der S-Parameter-Simulation bzw. mit dem Vektoriellen Network Analyzer, bei dem die Frequenz des speisenden Generators von der tiefsten bis zur höchsten Frequenz langsam "gesweept" wird. Das entspricht unserem simulierten Beispiel.
- b) Mit einem "Dirac-Impuls" am Eingang, der bekanntlich kein Linienspektrum besitzt, sondern den vollständigen Frequenzbereich lückenlos mit Energie belegt (...folglich ist die Spektrale Leistungsdichte über der Frequenz konstant). Die praktische Umsetzung ist allerdings sehr aufwendig. Nicht nur wegen der hohen Anforderungen an die nötigen speziellen Messgeneratoren und den Messaufbau, sondern auch wegen der Messung und Auswertung der "Impulsantwort" in der Time Domain. Aus ihr muss nämlich anschließend über die Fast Fourier Transformation (FFT) der Frequenzgang der Übertragungsfunktion berechnet werden.
 - c) Da Weißes Rauschen (ähnlich wie der Dirac-Impuls) ebenfalls ein Spektrum mit konstanter Leistungsdichte aufweist, bietet sich diese Methode an, wenn der Eingang einer Schaltung durch eine zu hohe Dirac-Impuls-Amplitude gefährdet ist. Am Ausgang des Messobjektes muss dann mit einem Spektrum-Analyzer die Spektrale Leistungsdichte des Rauschsignal-Outputs an jeder Stelle des vorgesehenen Frequenzbereiches gemessen werden.

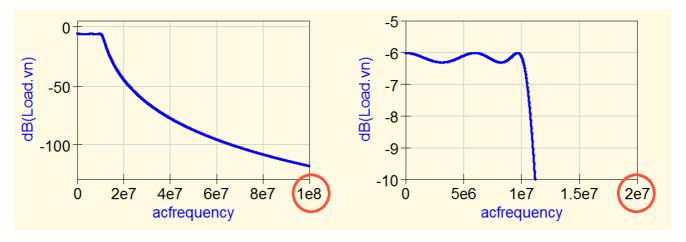
3.2. Ermittlung von S21 mit weißem Rauschen in der Simulation

Wir wollen uns nun mit der Methode "c)" etwas ausführlicher beschäftigen, denn auch sie eignet sich hervorragend zur Simulation. Wir verwenden dazu die vorige Schaltung und wandeln sie folgendermaßen ab:



- a) Am Ausgang bringen wir ein Label "Load", direkt an der Rauschspannungsquelle ein Label "Source" an.
- b) Die Rauschspannungsquelle findet sich im "Components" Menü, ihre Urspannung wird auf "1 V / sqrt(1Hz)" eingestellt. Dieser hohe Spannungswert ist sowohl in der Simulation wie auch in der Praxis wichtig, damit das Eigenrauschen der in der Schaltung vorhandenen Widerstände keine Rolle spielt!
- c) Die AC-Simulation soll von 1 Hz bis 100 MHz mit 10001 Punkten arbeiten. Dazu wird die Rauschsimulation freigegeben.

Dann wird simuliert und in einem kartesischen Diagramm "dB(Load.Vt)" dargestellt.



Im linken Bild sehen wir S21 den Bereich von Null Hz bis 100 MHz mit einem Dynamikumfang von ca. 150 dB (...das ist die "Weitab-Selektion").

Das rechte Bild reicht nur bis 20 MHz und soll die Tschebyschef-Wellen im Durchlass - Bereich zeigen.

Das sieht ja schon recht schön aus, aber als Bezugswert bei der dB-Berechnung diente "1 V".

Wollen wir dagegen den korrekten Parameter "S21" darstellen, dann müssen wir uns an die Definition und Formel halten:

S21 = (Spannung U_{Load} am Widerstand R2) / Hinlaufende Welle = U_{Load} / (halbe Urspannung)

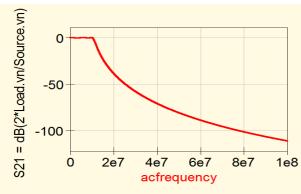
...und das Ganze am Ende in dB....

Also gehen wir in unser kartesisches Diagramm und tragen oben links folgende "Graph Properties" ein;

dB(2*Load.vn / Source.vn)



Mit einem Frequenzbereich von 0....20 MHz und einem Amplitudenbereich von +1....-3 dB sieht das dann so aus, wie wir wollen.....



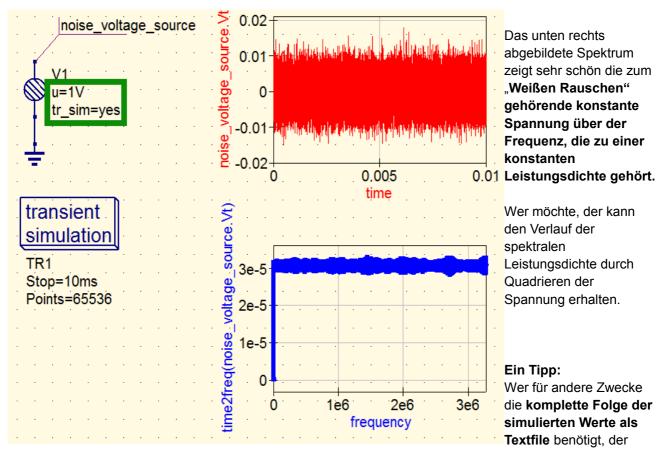
...und auch die S21-Weitab-Selektion sieht aus wie im Datenblatt.

4. Erzeugung eines Rauschsignals im Zeitbereich mit quesstudio

Das interessiert direkt den Schaltungsentwickler, denn so etwas ist oft sehr praktisch. Man kann dadurch z. B. unregelmäßige Schwankungen einer Versorgungsspannung nachbilden, bei AD-Wandlern die Linearität verbessern, die "Bit-Error-Rate" eines Systems untersuchen usw.

Da gibt es im Bauteilvorrat (Unterordner = Quellen) eine hübsche Rauschspannungsquelle für solche Simulationen im Zeitbereich. Mit ihrer lässt sich "Weisses Rauschen" erzeugen (…und ggf. über entsprechende Koeffizienten im Eigenschaften-Menü auch "Rosa Rauschen").

Allerdings stellen wir zuerst bei der Quelle die "Spannung pro Wurzel aus 1 Hz" auf einen Wert von 1V ein. Außerdem muss man noch die Simulation des Rauschens bei Simulationen im Zeitbereich (= Transient Simulation) freigeben.



gehe so vor:

Wir simulieren nochmals für die Zeit von 0....10 ms mit einer Auflösung von 10001 Punkten. Dann erhalten wir Zeitschritte im Abstand von einer Mikrosekunde.

| <u>A</u> | time | noise_vol | tage_ | sou | ırce. | Vt |
|----------|--------|-----------|-------|-----|-------|----|
| | 0 | -0.00728 | | | | |
| | 1e-6 | 0.0157 | • | | | |
| | 2e-6 | 0.00441 | | | | |
| | 3e-6 | 0.0144 | | | | |
| | 4e-6 | 0.000403 | • | | | |
| | 5e-6 | -0.00793 | | | | |
| | 6e-6 | -0.0108 | | | | |
| | 7e-6 | -0.0108 | | | | |
| | 8e-6 | 0.00597 | | | | |
| | 9e-6 | -0.0183 | | | | |
| | 1e-5 | -0.00326 | | | | |
| | 1.1e-5 | -0.00997 | | | | |
| | 1.2e-5 | -0.000999 | 9 | | | |
| | 1.3e-5 | 0.0152 | | | | |
| | 1.4e-5 | 0.00676 | | | | |
| ∇ | 1.5e-5 | 0.0213 | | | | |

Nach der Simulation wird aus dem Diagramm-Angebot die Tabelle ausgewählt und in ihren Eigenschaften die Darstellung der Spannung "noise_voltage_source" vorgegeben. Die anschließend auftauchende Tabelle markiert man und zieht mit der Maus "die obere Ecke nach rechts" und falls nötig, die "Tabelle weiter nach unten". Damit schafft man eine vernünftige Anzeige.

Soll dieser Verlauf in einer Datei gespeichert werden, dann klickt man zuerst direkt auf den Verlauf der Spannung innerhalb des Diagramms, um sie zu markieren. Anschließend sucht man oben in der Menüleiste nach "Project" und klickt darin auf "Export to CSV". Das Programm fragt dann nach dem Dateinamen und dem Speicherort und erledigt anschließend die Speicherung.

Übrigens:

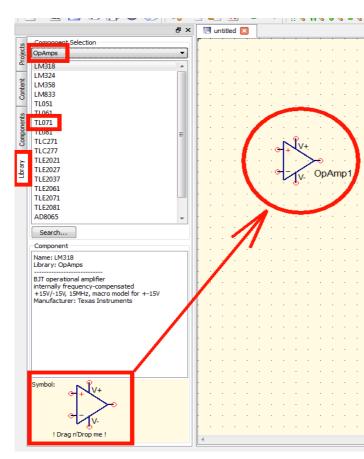
Bei der praktischen Anwendung in einer Schaltung kann man nun eine "dateibasierte Spannungsquelle (mit diesem *.csv-File als Vorgabe) z. B. einer Betriebsspannung oder einem ansteuernden Eingangssignal in Reihe schalten und so eine schwankende Betriebsspannung oder ein verrauschtes Eingangssignal vortäuschen.

Natürlich darf man dann nicht vergessen, auch einen Innenwiderstand bei dieser Quelle vorzusehen...

(Anmerkung:

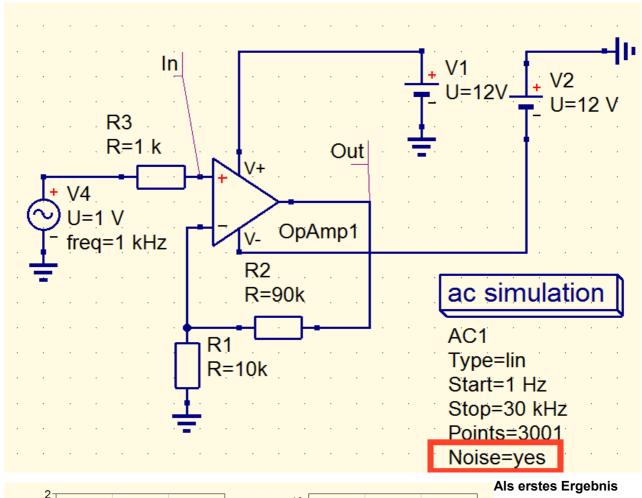
Im Augenblick gibt es hier noch Probleme, denn Windows oder Excel fügt zwischen die berechneten Tabellenwerte immer einen Strichpunkt ein und das kann anschließend der qucsstudio-Editor nicht mehr lesen. Da kommt eine Fehlermeldung – aber der Programmautor kämpft mit dem Problem.....)

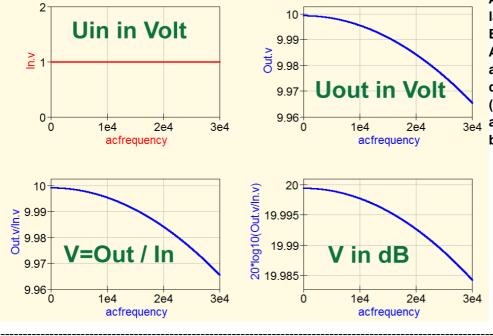
5. Analyse einer OPV-Schaltung (einschließlich Noise-Simulation)



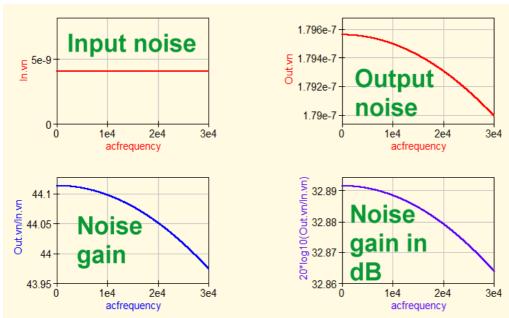
Dazu verwenden wir den bekannten rauscharmen Operationsverstärker TL071 von Texas Instruments. Er findet sich als Modell in der **Library** von qucsstudio unter **OpAmps** und wir können uns sein Symbol per "Drag'n Drop" auf die Arbeitsfläche ziehen.

Anschließend wird folgende Schaltung (= nicht umkehrender Verstärker mit V = 10fach) gezeichnet) und ein linearer Sweep von 1 Hz bis 30 kHz programmiert. Nicht vergessen: Bitte die Rauschsimulation (in den Properties der "ac simulation) freigeben!



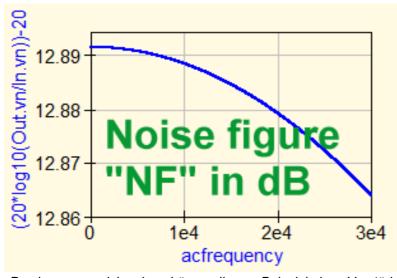


Als erstes Ergebnis lässt man sich die Eingang- und Ausgangsspannung anzeigen und daraus die Verstärkung (sowohl linear wie auch in dB) berechnen.



Nun wiederholt man dieses Spiel für die Eingangs- und die Ausgangs-Rauschspannung.

Da der OPV
zusätzlich rauscht,
wird die am Ausgang
messbare
Rauschspannung
deutlich größer als
(nach der
Verstärkung allein)
zu erwarten ist.



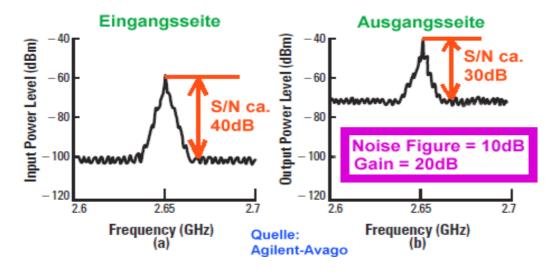
Man muss deshalb von der eben ermittelten "Noise gain = 32,89 dB" noch die Grundverstärkung (hier: 20 dB) abziehen und erhält dann die

"Noise Figure NF der Schaltung in dB"

Um diesen Wert verschlechtert sich der Signal-Rauschabstand am Ausgang gegenüber dem Wert am Eingang!

Das kann man sich sehr schön an diesem Beispiel eines Verstärkers für 2,65 GHz klar machen:

Die Verstärkung beträgt 20 dB, der Signal-Rauschabstand am Eingang 40 dB. Am Ausgang ist das Nutzsignal bei 2,65 GHz um 20 dB höher, aber der Signal-Rauschabstand auf 30 dB gesunken. Also beträgt die Noise Figure NF = 10 dB.



Hinweis:

Bei hohen Frequenzen arbeitet man beim Schaltungsentwurf nur mit **S-Parametern**. Die dazu vom Hersteller veröffentlichen Dateien enthalten heute meist auch die erforderlichen **Zusatzinformationen für die Berechnung der Noise Figure NF bzw. der "minimal möglichen Noise Figure NFmin.**

Das Kapitel 12 im quesstudio-Tutorial enthält ein komplettes Entwicklungsbeispiel für einen solchen "Low Noise Amplifier (LNA). Bitte dort bei Bedarf die nötige Prozedur für eine erforderliche Rauschanpassung nachlesen…